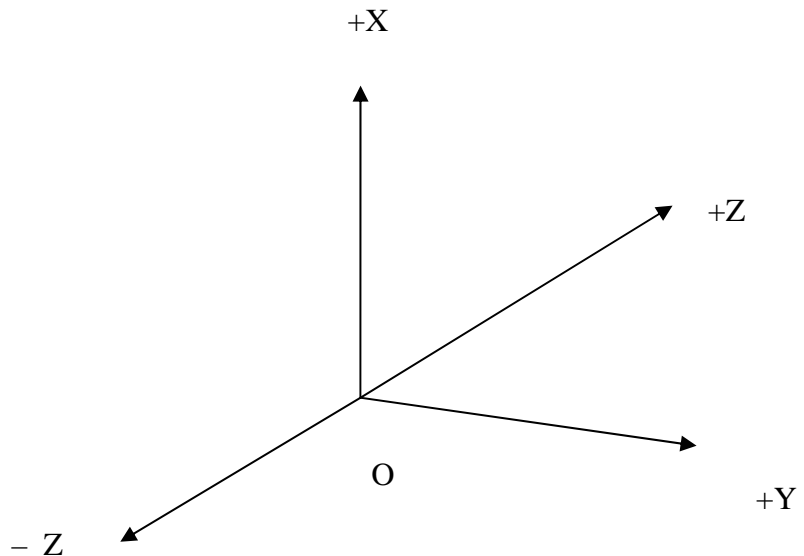


## 1. Elektromagnetische golven in vacuüm



Om een beeld van de voortplanting van een elektromagnetische golf te krijgen is het nuttig een assenstelsel te kiezen. De positieve X-as wordt vertikaal gekozen; een negatieve en een positieve Z-as worden gekozen; de positieve Z-as wijst het papier in. De positieve Y-as wijst rechts naar de lezer toe. In de oorsprong O worden langs de + assen eenheidsvectoren met de lengte 1 gekozen:  $\vec{i}_x$ ,  $\vec{i}_y$  en  $\vec{i}_z$ .

We beschouwen een vlakke, lineair gepolariseerde, lopende, monochromatische elektromagnetische golf.

“Vlak” betekent: er bestaat een ruimterichting zodat op ieder tijdstip het elektrische veld ( en het magnetische veld ) afhankelijk zijn van één ruimtelijke variabele.

Wij kiezen als ruimterichting de +Z-as en als ruimtelijke variabele de coördinaat z.

De golf plant zich dus voort in de +Z-richting.

Uit de Maxwellvergelijkingen volgt:

1) het elektrische veld in ieder punt van het X-Y-vlak staat loodrecht op de Z-as ( d.w.z. de kop van de pijl van de elektrische veldsterkte ligt in het X-Y-vlak );

in ieder punt van het X-Y-vlak heeft het elektrische veld dezelfde grootte en richting.

2) op ieder tijdstip en voor elk vlak evenwijdig aan het X-Y-vlak heeft het elektrische veld dezelfde eigenschap als in 1).

3) de eigenschappen 1) en 2) gelden ook voor het magnetische veld.

Gevolg: Een elektromagnetische golf is transversaal want het E- veld en het B- veld staan loodrecht op de voortplantingsrichting.

“Lineair gepolariseerd” betekent: de elektrische veldsterkte heeft in ieder punt van de Z-as dezelfde richting en bovendien is deze richting in de loop van de tijd constant. Wij kiezen voor het polarisatievlak het X-Z-vlak. De polarisatierichting is dus de +X-as.

“Monochromatisch” betekent dat de golf maar één frequentie bevat.

Een voorbeeld van zo'n lopende elektrische golf in de +Z-richting is :

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \vec{i}_x \cos(\omega t - k z). \quad (1.1)$$

Deze golf is in de X-richting gepolariseerd.  $E_0$  heet de amplitude van de golf.

$\omega$  heet de cirkelfrequentie;  $\omega := 2\pi f$  waarbij  $f$  de frequentie van de golf is.

$k$  heet het golfgetal en heeft de eenheid  $1/m$  ;

in ons geval ( vacuüm ! ) geldt  $k := \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  . (1.2)

Deze definitie voor  $k$  volgt uit de Maxwellvergelijkingen voor de voortplanting van elektromagnetische golven in vacuüm.

Het getal  $\omega t - k z$  heet de fasehoek van de golf op het tijdstip  $t$  in het punt met coördinaat  $z$  .

Onder de fase verstaat men het getal  $\frac{\omega t - k z}{2\pi}$  .

In het algemeen is het gebruik van de benamingen fasehoek en fase niet eenduidig.

### **In het algemeen:**

De definitie van  $k$  volgt uit de Maxwellvergelijkingen voor de voortplanting van elektromagnetische golven

$k$  hangt steeds af van het medium waarin de voortplanting plaatsvindt en van de frequentie  $f$ .

Verder kunnen nog de voortplantingssnelheid ( of fasesnelheid )  $c$  en de golflengte  $\lambda$  gedefinieerd worden. ( Hoe dat gaat zal ik hier niet laten zien )

De voortplantingssnelheid en de golflengte kunnen in het golfgetal uitgedrukt worden:

Er geldt :                      a) de voortplantingssnelheid  $c = \frac{\omega}{k}$  ( dit is een stelling ! ) (1.3)

en

b) de golflengte  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  ( dit is een stelling ! ). (1.4)

Tussen  $\lambda$  en  $c$  bestaat altijd de relatie  $c = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{(2\pi/\lambda)} = \lambda f$  (1.5)

De formules voor  $\omega := 2\pi f$  ,  $c = \frac{\omega}{k}$  en  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  en de relatie  $c = \lambda f$  zien er in alle gevallen hetzelfde uit.

Omdat het golfgetal  $k$  afhankelijk is van het medium en de frequentie, zijn de snelheid  $c$  en de golflengte  $\lambda$  ook steeds afhankelijk van het medium en de frequentie.

Ad a) Volgens de relativiteitstheorie is de voortplantingssnelheid van een elektromagnetische golf in vacuüm een universele constante. Deze snelheid wordt met  $c_0$  genoteerd.

$$c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s (exact)} \approx 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Je kunt nu een formule voor de voortplantingssnelheid opstellen:  $c_0 = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ . (1.6)

In deze formule is de  $\mu_0$  exact vastgelegd ( dat hangt samen met de definitie van de

elektrische stroomsterkte ):  $\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ . Let op:  $H$  staat voor de eenheid Henry.

$\mu_0$  heet de magnetische permeabiliteit van het vacuüm ( permeability of free space ).

$\epsilon_0$  heet de diëlektrische constante van het vacuüm ( permittivity of free space ).

Deze  $\epsilon_0$  kan dus berekend worden en heeft ook een eenheid:  $F/m$ . Let op:  $F$  staat voor de eenheid Farad.

$$\epsilon_0 = \frac{1}{c_0^2 \mu_0} \text{ (exact)} \approx 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad (1.7)$$

Voor een elektromagnetische golf in vacuüm ziet de formule voor de golflengte  $\lambda_0$  eruit als

$$\text{volgt: } c_0 = \lambda_0 f. \quad (1.8)$$

$$\text{Voor het magnetische inductieveld geldt: } \vec{B}(z,t) = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E_0 \vec{i}_y \cos(\omega t - k z) \quad (1.9)$$

Welk resultaat hebben we nu ?

- 1) Het  $\vec{E}$ -veld en het  $\vec{B}$ -veld staan in ieder punt van de ruimte en op elk tijdstip loodrecht op elkaar;
- 2) Het  $\vec{E}$ -veld en het  $\vec{B}$ -veld zijn altijd in fase; d.w.z. is in een punt van de ruimte op een bepaald ogenblik het  $\vec{E}$ -veld maximaal, dan is in dit punt op datzelfde tijdstip het  $\vec{B}$ -veld maximaal.
- 3)  $|\vec{E}(z,t)| = c_0 |\vec{B}(z,t)|$  voor alle  $z$  en voor alle tijden  $t$ .

Dit laatste punt wordt in de praktijk ( elektrotechniek ) ook vaak anders geformuleerd:

Impedantie van het vacuüm =

$$= Z_0 := \frac{|\vec{E}(z,t)|}{|\vec{H}(z,t)|} := \frac{|\vec{E}(z,t)| \mu_0}{|\vec{B}(z,t)|} = c_0 \mu_0 = c_0 \frac{4\pi}{10^7} \approx 3,00 \cdot 10^8 \frac{4\pi}{10^7} = 120\pi \approx 377 \Omega.$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = c_0 \mu_0$$

Voor de energie van het veld die per seconde door een oppervlak van  $1 \text{ m}^2$  ( in x-y-vlak ) loodrecht op de voortplantingsrichting ( z-richting ) in vacuüm gaat, geldt de formule:

$$\text{Energiestroomdichtheid in het punt } z \text{ op tijdstip } t = \vec{S}(z,t) := \frac{E_x(t,z)B_y(t,z)}{\mu_0} \vec{i}_z \quad (1.10)$$

$$\text{In ons geval wordt dat: } \vec{S}(z,t) = \frac{E_0^2 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \cos^2(\omega t - k z)}{\mu_0} \vec{i}_z \quad (1.11)$$

Omdat de frequentie van de golf te hoog is om direct waar te nemen, wordt gesproken over de tijdgemiddelde energiestroomdichtheid over één periode  $T$ .

Resultaat:

$$\begin{aligned} \text{Tijdgemiddelde energiestroomdichtheid} = \bar{\vec{S}}(z) &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \frac{1}{2} \vec{i}_z = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{eff}^2 \vec{i}_z = \frac{1}{Z_0} E_{eff}^2 \vec{i}_z \\ &= c_0 \left( \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \right) \vec{i}_z = c_0 (\epsilon_0 E_{eff}^2) \vec{i}_z \end{aligned} \quad (1.12)$$

In de bouwbiologie spreken we steeds over de tijdgemiddelde energiestroomdichtheid. Deze wordt ook wel de intensiteit genoemd.

Opletten: Sommige stralingstechnen gebruiken het woord intensiteit voor een andere grootte.

Andere nomenclatuur:  $E_{eff} = E_{effectief} = E_{rms} = E_{root\ mean\ square}$

Voor de lopende golf die wij beschouwen geldt steeds:  $E_{eff} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$

## **2. Elektromagnetische golven in een ideaal diëlektrikum (isolator)**

We beschouwen een deel van ruimte ( $z > 0$ ) gevuld met een ideaal diëlektrikum (d.w.z. er zijn geen Ohmse verliezen).

De aard van het diëlektrikum wordt door  $k = k$  (diëlektrikum) gegeven.

Voor het elektrische veld in de diëlektrikumruimte  $z > 0$  geldt:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \vec{i}_x \cos(\omega t - k z) \quad (2.1)$$

met  $E_0 = E_0$  (diëlektrikum)  $< E_0$  (vacuüm) en  $k = k$  (diëlektrikum)

Aan het vlak  $z = 0$  heeft reflectie en breking van de lopende elektromagnetische golf plaats.

Er moet door (2.1) en (1.1) nog aan aansluitvoorwaarden bij  $z = 0$  voldaan worden.

Ook deze reflectie en breking worden met de Maxwellvergelijkingen beschreven; hierop wordt in § 6 ingegaan.

In het geval van een ideaal diëlektrikum geldt voor het golfgetal  $k$

$$k := \omega \sqrt{\epsilon \mu} \quad \text{met } \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \text{ en } \mu = \mu_0 \mu_r. \quad (2.2)$$

Deze definitie volgt uit de Maxwellvergelijkingen voor de voortplanting van elektromagnetische golven in een ideaal diëlektrikum.

$\epsilon$  heet de diëlektrische constante van het medium (permittivity of the medium)

$\mu$  heet de magnetische permeabiliteit van het medium (permeability of the medium)

$\varepsilon_r$  is een getal  $> 0$ ; meestal  $\geq 1$ , zonder eenheid.

$\varepsilon_r$  heet de relatieve diëlektrische konstante van het medium ( relative permittivity of the medium ) en hangt af van de frequentie  $f$  van de lopende golf.

$\mu_r$  is een positief getal, zonder eenheid.

$\mu_r$  heet de relatieve magnetische permeabiliteit van het medium ( relative permeability of the medium ) en hangt in principe ook af van de frequentie van de lopende golf.

Voor het vacuüm geldt:  $\varepsilon_r = 1$  en  $\mu_r = 1$  .

Voor metalen geldt:  $\varepsilon_r = 1$ .

Een stof heet niet-magnetisch als  $\mu_r = 1$ .

Voor het menselijk lichaam wordt  $\mu_r = 1$  genomen.

Voor de meeste stoffen is  $\mu_r \approx 1$ .

Voor ferromagnetische stoffen is  $\mu_r \gg 1$  .

Eigenlijk zouden alle grootheden die van de frequentie afhangen van de letter  $f$  voorzien moeten worden. Dat doet in de praktijk niemand. Alleen op de cruciale plekken wordt dat gedaan.

$$\text{Voor de snelheid geldt: } c = \frac{c_o}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \text{ . Dus } c \leq c_o \text{ .} \quad (2.3)$$

$$\text{Voor de golflengte geldt: } \lambda = \lambda_o \frac{c}{c_o} \text{ . Dus: } \lambda \leq \lambda_o \quad (2.4)$$

In een medium veranderen i.h.a. de snelheid en de golflengte van de elektromagnetische golf.

Waarom hangt men zo aan de frequentie ?

Als een EM-golf met frequentie  $f$  in het vacuüm, zich moet voortplanten door een medium , dan verandert de frequentie van de golf NIET.

Tevens zie je voor lichtgolven: rood licht in vacuüm blijft rood licht in glas.

De frequentie van de lichtgolf en de kleur van het licht zijn dus met elkaar verbonden. Een elektromagnetische golf bestaande uit één frequentie wordt daarom monochromatisch genoemd.

$$\text{Wat er verandert in een medium, zijn de snelheid en de golflengte: } \lambda f = c = \frac{c_o}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \text{ .} \quad (2.5)$$

Bij de overgang van een EM-golf van vacuüm naar een medium speelt de brekingsindex een rol.

$$n(f) := \frac{c_o}{c(f)} = \frac{\lambda_o}{\lambda} \quad (2.6)$$

De brekingsindex is een getal groter dan of gelijk aan 1; de brekingsindex is afhankelijk van de frequentie en het medium.

In het geval van een ideale isolator geldt:

$$n(f) = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \quad (2.7)$$

Deze formule is reeds door Maxwell afgeleid.

$$\text{Grofweg geldt voor zichtbaar licht in glas: } 1 \leq n(\text{lage } f) < n(\text{hoge } f) \quad (2.8)$$

$\varepsilon_r$  is een monotoon stijgende functie van de frequentie.

Dat betekent:  $c(\text{hoge } f) < c(\text{lage } f) \leq c_o$ .

Dus: in glas is de snelheid van violet licht ( frequentie =  $7,5 \cdot 10^{14}$  Hz ) kleiner dan de snelheid van rood licht ( frequentie =  $4,3 \cdot 10^{14}$  Hz ).

Hoe ziet nu het magnetische inductieveld eruit ?

$$\text{Voor het magnetische inductieveld geldt: } \vec{B}(z,t) = \sqrt{\varepsilon \mu} E_0 \vec{i}_y \cos(\omega t - k z) \quad (2.9)$$

Welk resultaat hebben we in een ideale isolator ?

- 1) Het  $\vec{E}$ -veld en het  $\vec{B}$ -veld staan in ieder punt van het medium en op elk tijdstip loodrecht op elkaar;
- 2) Het  $\vec{E}$ -veld en het  $\vec{B}$ -veld zijn altijd in fase; d.w.z. is in een punt van de ruimte op een bepaald ogenblik het  $\vec{E}$ -veld maximaal, dan is in dit punt op datzelfde tijdstip het  $\vec{B}$ -veld maximaal.
- 3)  $|\vec{E}(z,t)| = c |\vec{B}(z,t)| = \frac{c_o}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} |\vec{B}(z,t)|$  voor alle  $z$  en voor alle tijden  $t$ .

Voor de energie van het veld die per seconde door een oppervlak van  $1 \text{ m}^2$  ( in x-y-vlak ) loodrecht op de voortplantingsrichting ( z-richting ) in een ideale isolator gaat, geldt de formule:

$$\text{Energiestroomdichtheid in het punt } z \text{ op tijdstip } t = \vec{S}(z,t) := \frac{E_x(t,z) B_y(t,z)}{\mu} \vec{i}_z \quad (2.10)$$

$$\text{In ons geval wordt dat: } \vec{S}(z,t) = \frac{E_0^2 \sqrt{\varepsilon \mu} \cos^2(\omega t - k z)}{\mu} \vec{i}_z \quad (2.11)$$

Omdat de frequentie van de golf te hoog is om direct waar te nemen, wordt gesproken over de tijdgemiddelde energiestroomdichtheid over één periode  $T$ .

Resultaat: tijdgemiddelde energiestroomdichtheid =

$$\bar{\vec{S}}(z) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 \frac{1}{2} \vec{i}_z = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{eff}^2 \vec{i}_z = c \left( \frac{1}{2} \varepsilon E_0^2 \right) \vec{i}_z = c \left( \varepsilon E_{eff}^2 \right) \vec{i}_z = \frac{1}{Z} E_{eff}^2 \vec{i}_z \quad (2.12)$$

Als  $z < 0$ , dan  $E_0 = E_0$  (vacuüm); als  $z > 0$ , dan  $E_0 = E_0$  (diëlektrikum).

Analoog voor  $E_{eff}$ ,  $c$ ,  $\varepsilon$  en  $\mu$ .

$$Z := \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

### 3. Elektromagnetische golven in een willekeurig medium

Een lopende elektromagnetische golf in een willekeurig medium wordt beschreven door:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \vec{i}_x e^{-\alpha z} \cos(\omega t - k z) \text{ en} \quad (3.1)$$

$$\vec{B}(z,t) = \sqrt{\varepsilon \mu} \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \omega}\right)^2} E_0 \vec{i}_y e^{-\alpha z} \cos(\omega t - k z - \varphi) \quad (3.2)$$

Een medium wordt elektrisch gekarakteriseerd door drie grootheden:  $\varepsilon$ ,  $\mu$  en de soortelijke elektrische geleiding of geleidbaarheid (=elektrische conductiviteit = electrical conductivity)  $\sigma$ .

Deze drie grootheden hangen in het algemeen ook van de frequentie  $f$  af.

De soortelijke elektrische geleiding heeft de eenheid  $\frac{S}{m}$  (siemens per meter) =  $\frac{1}{\Omega m}$

Er geldt:  $\rho = \frac{1}{\sigma}$ , waarbij  $\rho$  = soortelijke weerstand met de eenheid  $\Omega m$ .

De soortelijke weerstand komt voor in de formule voor de elektrische weerstand  $R$  van een medium:  $R = \rho \frac{l}{A}$ .

Voor het vacuüm en een ideale isolator geldt:  $\sigma = 0 S/m$ .

$\alpha$  heet de absorptiecoëfficiënt of de dempingscoëfficiënt. De eenheid van  $\alpha$  is  $1/m$ .

$$\text{Uit de Maxwellvergelijkingen volgt: } \alpha := \omega \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \omega}\right)^2} - 1 \right]} \quad (3.3)$$

$$\text{Uit de Maxwellvergelijkingen volgt: } k := \omega \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \omega}\right)^2} + 1 \right]} \quad (3.4)$$

De eenheid van  $k$  ( het golfgetal ) is  $1/m$ .

$\varphi$  heet de faseverschuiving, heeft de eenheid 1 en is gedefinieerd door  $\tan(2\varphi) = \frac{\sigma}{\varepsilon \omega}$  (3.5)

of door  $\tan(\varphi) = \frac{\alpha}{k}$  of door  $\cos(\varphi) = \frac{k}{\sqrt{k^2 + \alpha^2}}$

Welk resultaat hebben we in een willekeurig medium ?

- 1) Het  $\vec{E}$ -veld en het  $\vec{B}$ -veld staan in ieder punt van het medium en op elk tijdstip loodrecht op elkaar;
- 2) Het  $\vec{B}$ -veld ligt achter in fase op het  $\vec{E}$ -veld ; d.w.z. is in een punt van de ruimte op een bepaald ogenblik het  $\vec{E}$ -veld maximaal, dan wordt in dit punt het  $\vec{B}$ -veld pas op een later tijdstip maximaal.

$$3) \{ \text{Amplitudo van } \vec{E}(z) \} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu} \sqrt[4]{1 + \left( \frac{\sigma}{\epsilon \omega} \right)^2}} \{ \text{Amplitudo van } \vec{B}(z) \}$$

$$\text{ofwel: } \{ \text{Amplitudo van } \vec{E}(z) \} = \frac{\omega}{\sqrt{k^2 + \alpha^2}} \{ \text{Amplitudo van } \vec{B}(z) \}$$

$$\text{ofwel: } \{ \text{Amplitudo van } \vec{E}(z) \} = c \cos(\varphi) \{ \text{Amplitudo van } \vec{B}(z) \}$$

Over deze amplitudines werd zojuist in 2) gesproken.

- 4) De elektrische veldsterkte en de magnetische inductie nemen exponentieel af als de elektromagnetische golf zich in het medium voortplant.

De skindiepte  $\delta_s$  is de afstand waarover de golf zich moet voortplanten zodat de elektrische veldsterkte en de magnetische inductie tot op  $\frac{1}{e}$  (= 37 %) van hun oorspronkelijke waarde zijn afgenomen.

$$\text{Er geldt: } \delta_s = \frac{1}{\alpha} \quad (3.6)$$

Als  $\sigma = 0$  S/m ( d.w.z. in een ideale isolator ) geldt dat  $\alpha = 0$ ,  $k = k$  ( ideale isolator ) en  $\varphi = 0$

$$\text{Voor de fasesnelheid geldt: } c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\epsilon \mu}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\epsilon \omega} \right)^2} \right)}} \quad (3.7)$$

$$= \frac{c_0}{\sqrt{\frac{\epsilon_r \mu_r}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\epsilon \omega} \right)^2} \right)}}$$

$$\text{De golflengte volgt dan direct uit de formule } \lambda f = c \quad (3.8)$$

$$\text{Voor de brekingsindex } n \text{ volgt: } n^2 = \epsilon_r \mu_r \frac{\left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\epsilon \omega} \right)^2} \right)}{2} \quad (3.9)$$

Voor de tijdgemiddelde energiestroomdichtheid volgt:

$$\vec{S}(z) = E_{eff}(z) \frac{B_{eff}(z)}{\mu} \cos(\varphi) \vec{i}_z = \frac{1}{\mu} E_{eff}^2(z) \frac{k}{\omega} \vec{i}_z =$$



$$= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2}\right)} e^{-2\alpha z} \vec{i}_z \quad (3.10)$$

Hierbij geldt:  $E_{eff}(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{-\alpha z}$

De tijdgemiddelde energiestroomdichtheid is tot op  $\frac{1}{e}$  (= 37 %) van zijn oorspronkelijke waarde afgenomen over de afstand  $\frac{\delta_s}{2} = \frac{1}{2\alpha}$ .

Een medium met dikte  $d$  heet transparant of doorzichtig als voor de frequenties van zichtbare lichtgolven geldt:

$$e^{-2\alpha d} \approx 1 \quad (\text{zie formule (3.10)}) \quad \text{ofwel} \quad 2\alpha d \ll 1 \quad \text{ofwel} \quad \frac{1}{\alpha} \gg 2d \quad \text{ofwel} \quad \delta_s \gg 2d.$$

Voor menselijk weefsel geldt in het MHz/GHz-gebied:

$\varepsilon$  is een dalende functie van de frequentie;

$\sigma$  is een stijgende functie van de frequentie.

Bron:

<http://niremf.ifac.cnr.it/docs/DIELECTRIC/Report.html>

<http://niremf.ifac.cnr.it/tissprop/>

#### **4. Elektromagnetische golven in een goede isolator**

De klassieke definitie van een goede isolator is  $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \ll 1$  (4.1)

Klassiek betekent niet-quantenmechanisch. Of een medium een goede isolator is hangt dus van het beschouwde frequentiegebied af.

Voor een ideale isolator geldt  $\sigma=0$ .

Voor de absorptiecoëfficiënt geldt:  $\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$  (4.3)

Voor het golfgetal geldt:  $k \approx \omega \sqrt{\varepsilon\mu}$  (4.4)

Voor de faseverschuiving geldt:  $\varphi \approx 0^\circ$  of  $\cos(\varphi) \approx 1$  (4.5)

Voor de amplitudines geldt: {Amplitudo van  $\vec{E}(z)$ } =  $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$  {Amplitudo van  $\vec{B}(z)$ }.

Voor de skindiepte geldt:  $\delta_s = \frac{1}{\alpha} \approx \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$  (4.6)

Voor de fasesnelheid geldt:  $c = \frac{\omega}{k} \approx \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$  (4.7)

Voor de brekingsindex  $n$  geldt:  $n \approx \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$  (4.8)

## 5. Elektromagnetische golven in een goede geleider

De klassieke definitie van een goede geleider is  $\frac{\sigma}{\varepsilon \omega} \gg 1$  (5.1)

Voor een ideale geleider geldt:  $\sigma \rightarrow \infty$ .

Voor de absorptiecoëfficiënt geldt:  $\alpha \approx \sqrt{\frac{\mu \sigma \omega}{2}}$  (5.3)

Voor het golfgetal geldt:  $k \approx \sqrt{\frac{\mu \sigma \omega}{2}}$  (5.4)

Voor de faseverschuiving geldt:  $\varphi \approx 45^\circ$  en  $\varphi < 45^\circ$  of  $\cos(\varphi) \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$  (5.5)

Voor de amplitudines geldt: { Amplitudo van  $\vec{E}(z)$  } =  $\sqrt{\frac{\omega}{\mu \sigma}}$  { Amplitudo van  $\vec{B}(z)$  }.

Voor de skindiepte geldt:  $\delta_s = \frac{1}{\alpha} \approx \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}}$  (5.6)

Voor de fasesnelheid geldt:  $c = \frac{\omega}{k} \approx \sqrt{\frac{2\omega}{\mu \sigma}}$  (5.7)

Voor de brekingsindex  $n$  geldt:  $n \approx \sqrt{\varepsilon_r \mu_r \frac{\sigma}{2\varepsilon \omega}}$  (5.8)

## 6. Reflectie en transmissie van een vlakke golf tegen een medium

Wij beschouwen een halfruimte  $z > 0$  gevuld met een medium; de halfruimte  $z < 0$  zij vacuüm.

Voor  $z < 0$  geldt:  $\vec{E}(z, t) = E_0 \vec{i}_x \cos(\omega t - k z) + \vec{E}_{refl}(t, z)$  (6.1)

Hierbij hebben we de bij het vlak  $z = 0$  gereflecteerde golf  $\vec{E}_{refl}(t, z)$  niet expliciet opgeschreven. In de vacuüm-halfruimte bevinden zich dus een lopende golf in de +Z-richting en een lopende gereflecteerde golf in de -Z-richting.

Voor  $z > 0$  geldt  $\vec{E}(z, t) = E_0 |T| e^{-\alpha z} \vec{i}_x \cos(\omega t - k z - \psi)$  (6.2)

$T$  heet de transmissiecoëfficiënt van het elektrische veld; deze wordt door de Maxwell-vergelijkingen gedefinieerd en blijkt afhankelijk te zijn van aard van het medium.

In het geval van een halfruimte gevuld met een medium is de transmissiecoëfficiënt zelfs onafhankelijk van de frequentie van de elektromagnetische golf.

Voor  $z = 0$  geldt:  $E_0 \vec{i}_x \cos(\omega t) + \vec{E}_{refl}(t, 0) = E_0 |T| \vec{i}_x \cos(\omega t - \psi)$

Als er geen medium is ( dus de hele ruimte vacuüm ), geldt

$E_{eff} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$  en  $\vec{S}(z) = \frac{1}{\mu_0} E_{eff}^2 \frac{k_0}{\omega} \vec{i}_z$  met  $k_0 := \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  (6.3)

$$\text{Voor de halfruimte } z \geq 0 \text{ geldt: } E_{\text{eff}}(z) = E_{\text{eff}} |T| e^{-\alpha z} \quad (6.4)$$

Voor de tijdgemiddelde energiestroomdichtheid in de halfruimte  $z \geq 0$  volgt:

$$\bar{S}(z) = \frac{1}{\mu} E_{\text{eff}}^2(z) \frac{k}{\omega} \vec{i}_z = \frac{1}{\mu} E_{\text{eff}}^2 |T|^2 e^{-2\alpha z} \frac{k}{\omega} \vec{i}_z \quad (6.5)$$

De energiestroomdichtheid van de golf neemt af als de golf zich in het medium voortplant. Hierbij wordt elektromagnetische energie omgezet in warmte.

## 7. Opmerkingen

En nu je vraag:

Iemand vroeg me over het vergelijken van de blootstellingsnormen van de hoogfrequente E-component en de laagfrequente E versie.

Die normen zijn totaal anders. Hoe is dat eenvoudig uit te leggen? Het gedrag van die velden?

Je zult uit onderstaande iets moeten brouwen.

Voor de op het lichaam vallende energiestroomdichtheid maakt het geen bal uit welke frequentie er in zit. De klant heeft gelijk.

Zodra er echter wisselwerking is met het lichaam, dan speelt de frequentie wél een rol. Kijk maar de afhankelijkheid van  $\varepsilon_r$  en  $\sigma$  van de frequentie. De klant heeft geen gelijk.

In bovenstaand verhaal speelt de afmeting van het lichaam geen rol. Het lichaam is een halfruimte. In werkelijkheid is het lichaam ongeveer 2 m lang. Het probleem is dus ingewikkelder. Kijk naar de resonanties hieronder.

1) Het eerste verschil zit al bij de (loodrechte) reflectie van de golf op de menselijke huid. Hierover zie en hoor je niets. Maar goed ook. Ik heb de volgende zaken berekend.

Op basis van § 6 (formule (6.5)) en de gegevens van de internetsite (zie boven) vind ik:

frequentie	$\sigma(1/(\Omega m))$	$\varepsilon_r$	Binnendringende energiestroomdichtheid	$\lambda$ in huid (formule (3.8))
100 MHz	0,49122	72,929	29 %	0,31 m
1,0 GHz	0,89977	40,936	45 %	0,046 m
1,6 GHz	1,1027	39,258	46 %	0,030 m
2,5 GHz	1,4932	37,939	47 %	0,019 m
4,0 GHz	2,3279	36,603	48 %	0,012 m

Commentaar: Het is verbazingwekkend hoeveel energie er aan de oppervlakte van de huid gereflecteerd wordt.

2) De 37 % doordringingsdiepte van de stroomdichtheid in de huid.

frequentie	Binnendringende	37 % doordringingsdiepte van deze
------------	-----------------	-----------------------------------

	energiestroom-	binnendringende <u>energiestroom</u> ( = $\delta_s / 2$ )
100 MHz	29 %	0,05 m
1,0 GHz	45 %	0,019 m
1,6 GHz	46 %	0,015 m
2,5 GHz	47 %	0,011 m
4,0 GHz	48 %	0,007 m

De doordringingsdiepte ( afname tot 37 % van de opvallende waarde ) is hoog, maar de huid is niet zo dik als deze doordringingsdiepte. Dus er komt behoorlijk wat straling door de huid heen. De straling die er niet doorheen komt, wordt in de huid geabsorbeerd en omgezet in warmte.

Volgens het 300 Hz-300 GHz- rapport ( ISBN 90-5549-151-9 ) van de Gezondheidsraad:

“Bij nog verder toenemende frequenties ( [ meer dan 2 GHz ] ) neemt de doordringingsdiepte af en vindt de energiedepositie steeds meer aan de oppervlakte plaats. Dit oppervlakte-absorptiegebied ligt tussen ongeveer 2 Ghz en 300 GHz.”( pag. 32 )

“In het gebied van de oppervlakteabsorptie, waar de golflengte ongeveer gelijk is aan of kleiner dan de dikte van de huid, wordt de meeste energie geabsorbeerd in de buitenste lagen van de huid waarin zich warmtesensoren bevinden.”( pag. 32 )

Trek zelf je conclusies.

3) Overzicht, afgeleid uit 0 Hz-10 MHz rapport ( ISBN 90-5549-311-2 ) en het 300 Hz-300 GHz- rapport voor **elektromagnetische velden**:

f = 0 Hz: alleen een beperking voor magnetische velden. Geen beperking voor elektrische velden ( wel is er een schrikreactie mogelijk; deze reactie is niet schadelijk voor de gezondheid )

1 Hz < f < 100 kHz: beperkingen op de elektrische stroomdichtheid in het lichaam. De elektrische stroomdichtheid in het lichaam is niet direct te meten. De elektrische stroom kan ontstaan door de beweging van elektrische lading in het lichaam t.g.v. het elektrische veld en/of door inductiestromen t.g.v. het magnetische veld.

100 kHz < f < 10 MHz : beperkingen op elektrische stroomdichtheid in het lichaam én omzetting in warmte ( SAR; SAR is niet direct te meten )

10 MHz < f < 300 GHz : omzetting van stralingsenergie in warmte

In het bijzonder: 30 MHz < f < 300 MHz: verhoogde omzetting in warmte; resonantiegebied omdat de lengte van een persoon ongeveer gelijk is aan de golflengte ( SAR )

300 MHz < f < 400 MHz: verhoogde omzetting in warmte; resonantiegebied omdat de afmeting van het hoofd ongeveer gelijk is aan de golflengte (SAR)

400 MHz < f < 2 GHz ( hot spot gebied ): lokale omzetting ( inwendige organen ) in warmte ( SAR )

2 GHz < f < 300 GHz: omzetting in warmte in de huid ( energie stroomdichtheid van de straling wordt gemeten )

**Contactstromen:** In het gebied van 1 Hz tot 110 MHz loopt de contactstroom op van 1 mA tot 40 mA. Contactstromen zijn direct te meten.

4) Bijzondere hot-spot-frequenties ( Charles Claessens: Het Bitje, jan/febr 2004 )

1,79 GHz: prostaat

1,85 GHz: lever

1,87 GHz: gal ( dit snap ik niet, want de gal is een afscheidingsproduct van de lever; misschien bedoelt hij de alveesklier )

1,918 GHz: hart

1,98 GHz : nieren

Waar Charles deze metingen vandaan heeft, weet ik niet. Ik zal hem mailen.

5) ICNIRP ( up to 300 GHz; Health Physics, Vol.74, No 4, pp 494-522, 1998 )

In de appendix ( pag. 522 ) staat een benaderingsformule voor lichaamsresonantiefrequenties:

$$f L = 114 \text{ MHz } m$$

In deze formule wordt  $f$  ingevuld in  $Hz$  ;  $L$ = lengte van de persoon in  $m$  en is dus gelijk aan de golflengte van straling in het menselijk lichaam.

Deze formule moet vergeleken worden met formule ( 3.8 ); formule ( 3.7 ) is nodig om de voortplantingssnelheid van de straling in te voeren.

De snelheid van de straling in het lichaam is dus  $114 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  .

Gezien de complexiteit van de formule ( 3.7 ) snap ik niet hoe ze aan deze getallen komen, zelfs niet voor een benaderingsformule.